



Dinamičko programiranje I

1 Poznatiji problemi DP-a

Zadatak 1. [Maksimalna suma nesusednih u nizu] Dat je niz a prirodnih brojeva dužine n . Odrediti podniz datog niza čiji je zbir elemenata maksimalan, a u kome nema susednih elemenata.

Ulaz
 $n = 7$
1 -2 0 8 10 3 -11

Izlaz
12

1	-2	0	8	10	3	-11
---	----	---	---	----	---	-----

Objašnjenje primera

Zadatak 2. [Problem maksimalnog zbira u matrici] Data je matrica a dimenzije $n \times m$ popunjena celim brojevima. Sa svakog polja u matrici dozvoljeno je preći samo na polje ispod ili na polje desno od tog polja (ukoliko postoje). Potrebno je izabrati put od gornjeg levog polja (polja $(1, 1)$), do donjeg desnog polja (polja sa koordinatama (n, m)), tako da zbir brojeva u poljima preko kojih se ide, bude maksimalan.

Ulaz
 $n = 4$ $m = 5$
1 3 1 0 0
-11 4 10 -10 8
4 2 5 7 0
10 1 -2 1 1

Izlaz
32

1	3	1	0	0
-11	4	10	-10	8
4	2	5	7	0
10	1	-2	1	1
matrica a				
1	4	5	5	5
-10	8	18	-5	13
-6	10	23	30	30
4	14	21	31	32
matrica d rešenja podproblema				
1	3	1	0	0
-11	4	10	-10	8
4	2	5	7	0
10	1	-2	1	1
traženi put				

Objašnjenje primera

Zadatak 3. [Najduži zajednički podniz (NZP)] Data su dva niza a i b . Naći niz najveće moguće dužine koji je podniz i za a i za b .

Ulaz
 $n = 8$ $m = 7$
1 3 8 4 6 5 8 9
6 3 2 1 4 6 8

Izlaz
4

Zadatak 4. [Najduži rastući podniz] Dat je niz prirodnih brojeva a dužine n . Naći najduži rastući podniz (ne.nužno sukceivnih elemenata) niz a .

Ulaz
 $n = 5$ $S = 7$
1 9 2 3 3

Izlaz
DA

Zadatak 5. Dat je niz prirodnih brojeva a dužine n i prirodni broj $S \leq 10^5$. Pronaći podniz niza a čija je suma jednaka S ili ustanoviti da takav podniz ne postoji.

Ulaz
 $n = 5$
 2 1 4 2 3

Izlaz
 1 2 3

Zadatak 6. [Problem ranca] Provalnik sa rancem zapremine N upoao je u prostoriju u kojoj se čuvaju vredni predmeti. U prostoriji ima ukupno M predmeta. Za svaki predmet poznata je njegova vrednost $v[k]$ i njegova zapremina $z[k]$, $k \in [1, M]$. Sve navedene vrednosti su celobrojne. Provalnik želi da napuni ranac najvrednijim sadržajem. Potrebno je odrediti koje predmete treba staviti u ranac.

Ulaz
 $n = 3$ $m = 7$
 $v = 3\ 4\ 8$
 $z = 3\ 4\ 5$

Izlaz
 8
 1 3

2 Razni zadaci

Zadatak 7. Data su dva prirodna broja $n \leq 1000$ i $k \leq 10^4$. Naći broj permutacija brojeva od 1 do n , koji imaju tačno k inverzija.

Ulaz
 $n = 10$ $m = 1$

Izlaz
 9

Zadatak 8. Data je binarna matrica (elementi matrice su iz skupa $\{0, 1\}$) dimenzije $n \times m$, gde je $n, m \leq 5000$. Naći najveću kvadratnu podmatricu koja u sebi sadrži samo nule. Matrica je zadata listom elemenata koja sadrže jedinicu.

Ulaz
 $n = 5$ $m = 5$
 1 3
 2 4
 3 5
 4 1

Izlaz
 3

Zadatak 9. Data je matrica dimenzije $n \times m$, gde je $n, m \leq 500$, čiji su elementi iz skupa $\{0, 1, 2\}$. Na koliko različitih načina se od donjeg levog polja može stići u gornje desno polje? Sva polja na kojima se nalazi broj 1 moraju biti uključena u put, dok se ni u jednom trenutku ne sme proći preko polja sa vrednošću -1 . Dozvoljeno je samo kretanje za jedno polje nagore ili jedno polje udesno. Donje levo polje ima vrednost 0.

Ulaz
 $n = 5$ $m = 8$
 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 1 0
 0 0 0 0 1 2 0 0
 0 2 0 0 1 0 2 0
 0 1 0 0 2 0 0 0

Izlaz
 4

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0			
0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	1	2	0	0
0	2	0	0	1	0	2	0	0	2	0	0	1	0	2	0	0	2	0	0	1	0	2	0	0	2	0	0	1	0	2	0				
0	1	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0				

Četiri moguća puta

Zadatak 10. U jednom malom mestu sve kuće se nalaze u istoj ulici. Momci stanuju u neparnim brojevima (leva strana ulice), a devojke u parnim (desna strana). $N \leq 5000$ momaka se zaljubilo (svaki u različitu devojku), ali oni su vrlo stidljivi i ne žele da se sretnu sa nekim od svojih drugova kada krenu devojci. Svaki od njih vam je poverio problem i rekao svoju adresu i adresu svoje devojke. Nadjite najveći mogući broj parova, za koje se putevi momaka ne ukrštaju.

Ulaz

$n = 4$

1 3

2 1

3 2

4 4

Izlaz

3